

3.2.9 Odčítání mnohočlenů

Předpoklady: 030208

Př. 1: Vypočti.

a) $2x^2 + 3x - 4 + 5x^2 - 7x + 2$

b) $3x^2 - 2x + 7 + (2x^3 - 4x^2 + 3)$

a) $2x^2 + 3x - 4 + 5x^2 - 7x + 2 = 7x^2 - 4x - 2$

b) $3x^2 - 2x + 7 + (2x^3 - 4x^2 + 3) = 2x^3 - x^2 - 2x + 10$

Pedagogická poznámka: Od tohoto okamžiku již nepíši při sčítání mezikrok

$2x^2 + 3x - 4 + 5x^2 - 7x + 2 = 2x^2 + 5x^2 + 3x - 7x - 4 + 2 = 7x^2 - 4x - 2$ a snažím se, aby jej přestali používat i žáci.

Pedagogická poznámka: Velmi častou příčinou chyb se stává špatné opsání zadání a je třeba tuto nepozornost rozlišovat od nepochopení.

Př. 2: Zkontroluj postupy. Pokud najdeš chybu, vypočti příklad správně.

a) $2 + 3x = 5x$

b) $5x^2 - 3x^2 = 2$

c) $4x^2y - 2y = 2x^2$

d) $x^2 + 3x + 2 = 6x^3$

e) $6x^2 + 3x = 6x^2 + 3x$

f) $5ab - b = 5a$

a) $2 + 3x = 5x$ - špatně, nemáme členy stejného typu $\Rightarrow$ nemůžeme mnohočlen $2 + 3x$ nijak upravovat.

b) $5x^2 - 3x^2 = 2$ - špatně, od 5 čísel x^2 odečítáme 3 čísla $x^2 \Rightarrow$ zbudou 2 čísla $x^2 \Rightarrow 5x^2 - 3x^2 = 2x^2$.

c) $4x^2y - 2y = 2x^2$ - špatně, nemáme členy stejného typu $\Rightarrow$ nemůžeme mnohočlen $4x^2y - 2y$ nijak upravovat.

d) $x^2 + 3x + 2 = 6x^3$ - špatně, nemáme členy stejného typu $\Rightarrow$ nemůžeme mnohočlen $x^2 + 3x + 2$ nijak upravovat.

e) $6x^2 + 3x = 6x^2 + 3x$ - dobře, nemáme členy stejného typu $\Rightarrow$ nemůžeme mnohočlen $6x^2 + 3x$ upravovat.

f) $5ab - b = 5a$ - špatně, nemáme členy stejného typu $\Rightarrow$ nemůžeme mnohočlen $5ab - b$ nijak upravovat.

Př. 3: Jaký mnohočlen musíme přičíst k mnohočlenu $2x^2 - x + 3$, abychom získali mnohočlen $5x^2 + 4x + 1$?

- Kolik musíme přidat k $2x^2$, abychom získali $5x^2$? $3x^2$

- Kolik musíme přidat k $-x$, abychom získali $4x$? $5x$
- Kolik musíme přidat k 3 , abychom získali 1 ? -2

Musíme připočíst mnohočlen $3x^2 + 5x - 2$.

Kontrola: $2x^2 - x + 3 + 3x^2 + 5x - 2 = 5x^2 + 4x + 1$.

Př. 4: Jaký mnohočlen musíme přičíst k mnohočlenu $3x^2y + 2x - 3$, abychom získali mnohočlen $x^3 - x^2y + 1$?

- Kolik musíme přidat k $3x^2y$, abychom získali $-x^2y$? $-4x^2y$
- Kolik musíme přidat k $2x$, abychom získali 0 ? $-2x$
- Kolik musíme přidat k -3 , abychom získali 1 ? 4
- Kolik musíme přidat k 0 , abychom získali x^3 ? x^3

Musíme připočíst mnohočlen $x^3 - 4x^2y - 2x + 4$.

Kontrola: $3x^2y + 2x - 3 + x^3 - 4x^2y - 2x + 4 = x^3 + 3x^2y - 4x^2y + 2x - 2x - 3 + 4 = x^3 - x^2y + 1$.

V předchozích dvou příkladech jsme neprováděli nic jiného než odčítání.

Odčítání čísel provádíme jako přičtení opačného čísla. Podobným způsobem můžeme provádět i odčítání mnohočlenů.

Př. 5: Napiš k zadaným číslům čísla opačná.

- a) 7 b) 0 c) $\sqrt{7}$ d) -11 e) $-\frac{3}{8}$

- a) $7; -7$ b) $0; 0$ c) $\sqrt{7}; -\sqrt{7}$ d) $-11; 11$ e) $-\frac{3}{8}; \frac{3}{8}$

Pedagogická poznámka: Kromě bodu c) nečiní žákům příklad problémy. Špatné výsledky bodu c) (7^2 , $\sqrt{-7}$, -49 , ...) naznačují, že žáci nevnímají dostatečně rozdíl mezi inverzí u sčítání a mocnění. Problém jsme řešili tím, že jsme napsali všechny nahlášené výsledky bodu c) a výsledky ostatních bodů vedle sebe. Bez dalšího komentáře pak žáci vybrali správné řešení $-\sqrt{7}$.

Př. 6: Napiš opačný mnohočlen k mnohočlenu $2a^2 + 3b - 3a + \sqrt{3}$.

$$-2a^2 - 3b + 3a - \sqrt{3}$$

Odečtení mnohočlenu provádíme jako přičtení opačného mnohočlenu (podobně jako u čísel).

Předchozí příklad bychom mohli zapsat takto: $-(2a^2 + 3b - 3a + \sqrt{3}) = -2a^2 - 3b + 3a - \sqrt{3}$.

Zápis $-(2a^2 + 3b - 3a + \sqrt{3})$ můžeme interpretovat jako:

- mnohočlen opačný k mnohočlenu $2a^2 + 3b - 3a + \sqrt{3}$,
- odečtení mnohočlenu $2a^2 + 3b - 3a + \sqrt{3}$.

Př. 7: Odstraň závorku. Jaké operaci odstranění závorek odpovídá? Jak se změní vnitřek závorek při jejím odstranění?

a) $-(3x^2 + 5x + y)$

b) $-(2x^3 + 2x^2 - 5x + 7)$

c) $-(-x^3y + x^2y - 2x^2 + 5x - 7)$

a) $-(3x^2 + 5x + y) = -3x^2 - 5x - y$

b) $-(2x^3 + 2x^2 - 5x + 7) = -2x^3 - 2x^2 + 5x - 7$

c) $-(-x^3y + x^2y - 2x^2 + 5x - 7) = +x^3y - x^2y + 2x^2 - 5x + 7$

Odstranění závorek odpovídá:

- odečtení mnohočlenu uvnitř,
- vytvoření opačného mnohočlenu.

Při odstranění závorek se změní znaménka všech členů mnohočlenu.

Př. 8: Vypočti.

a) $(3a^2 - 2a) - (2a^2 + 4a)$

b) $(a^2 + 3a) - (4a^2 - 2a)$

c) $(3x^2 - 6xy) - (2x^3 - 2x^2)$

d) $2ab - 3ac + 4bc - (2ac - ab - 5bc)$

a) $(3a^2 - 2a) - (2a^2 + 4a) = 3a^2 - 2a - 2a^2 - 4a = a^2 - 6a$

b) $(a^2 + 3a) - (4a^2 - 2a) = a^2 - 4a^2 + 3a + 2a = -3a^2 + 5a$

c) $(3x^2 - 6xy) - (2x^3 - 2x^2) = -2x^3 + 3x^2 + 2x^2 - 6xy = -2x^3 + 5x^2 - 6xy$

d) $2ab - 3ac + 4bc - (2ac - ab - 5bc) = 2ab + ab - 3ac - 2ac + 4bc + 5bc = 3ab - 5ac + 9bc$

Př. 9: Odečti mnohočleny.

a) $3x^2 + 1,2x - 0,4 - (0,4x^3 - 0,7x^2 + 0,33x)$

b) $\frac{x^3}{3} + 2x^2 - 3x - \left(\frac{x^3}{4} + \frac{1}{3}x^2 - 5x\right)$

a)

$3x^2 + 1,2x - 0,4 - (0,4x^3 - 0,7x^2 + 0,33x) = -0,4x^3 + 3x^2 + 0,7x^2 + 1,2x - 0,33x - 0,4 = -0,4x^3 + 3,7x^2 + 0,87x - 0,4$

b)

$$\frac{x^3}{3} + 2x^2 - 3x - \left(\frac{x^3}{4} + \frac{1}{3}x^2 - 5x \right) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^3}{4} + 2x^2 - \frac{1}{3}x^2 - 3x + 5x =$$

$$x^3 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + x^2 \left(2 - \frac{1}{3} \right) + 2x = x^3 \left(\frac{4-3}{12} \right) + x^2 \left(\frac{6-1}{3} \right) + 2x = \frac{1}{12}x^3 + \frac{5}{3}x^2 + 2x$$

Pedagogická poznámka: Následující příklad je domácí úkol zejména pro žáky, kteří měli problémy s příkladem 8.

Př. 10: Vypočti.

a) $(2x^2 - 3x) - (x^2 + 2x)$

b) $(4a^2 + a) - (2a^2 - 3a)$

c) $(a^3 + 2ab) - (3a^2 + ab)$

d) $3x^2 + xy - 2 - (2x^2 - 3xy + 7)$

a) $(2x^2 - 3x) - (x^2 + 2x) = 2x^2 - 3x - x^2 - 2x = x^2 - 5x$

b) $(4a^2 + a) - (2a^2 - 3a) = 4a^2 + a - 2a^2 + 3a = 2a^2 + 4a$

c) $(a^3 + 2ab) - (3a^2 + ab) = a^3 + 2ab - 3a^2 - ab = a^3 - 3a^2 + ab$

d) $3x^2 + xy - 2 - (2x^2 - 3xy + 7) = 3x^2 + xy - 2 - 2x^2 + 3xy - 7 = x^2 + 4xy - 9$

Shrnutí: Odčítání mnohočlenu provádíme jako přičtení opačného mnohočlenu (podobně jako odčítání čísel provádíme jako přičítání opačných čísel).